

Sommaire

Préface	ix
Bibliographie	x
Équations différentielles	
<i>François Laudenbach</i>	1
1 Point de vue qualitatif	1
1.1 Équation différentielle du premier ordre autonome	1
1.2 Équation différentielle linéaire	3
1.3 Un exemple d'équation différentielle non linéaire provenant de la mécanique	4
1.4 Autre exemple dans le plan	5
1.5 Théorèmes généraux	6
1.6 Conjugaison topologique d'un foyer et d'un nœud	8
2 Stabilité des équilibres	8
2.1 Dynamique de gradient	9
2.2 Critère spectral pour la stabilité asymptotique	11
2.3 Points d'équilibre instables sur deux exemples	12
2.4 Orbites périodiques attractantes	13
Bibliographie	16
Systèmes dynamiques discrets	
<i>Albert Fathi</i>	17
1 Quelques généralités et quelques exemples	17
1.1 Définitions	17
1.2 Les rotations sur le cercle	18
1.3 Les décalages de Bernoulli	18
1.4 Un exemple de semi-conjugaison	20
1.5 Remords final : les applications linéaires	21
2 Systèmes dynamiques discrets : stabilité structurelle	22
2.1 Conjugaison topologique et stabilité structurelle	23
2.2 Stabilité structurelle des dilatations linéaires	24
2.3 Stabilité structurelle de m_p , $p \geq 2$	25
Bibliographie	26
Systèmes dynamiques hyperboliques	
<i>Patrick Foulon</i>	29
Introduction	29
1 Les automorphismes linéaires hyperboliques	29
1.1 Le cadre géométrique, les tores	29
1.2 La mesure de Haar sur les tores	31

1.3	Les automorphismes linéaires des tores	31
1.4	Les automorphismes linéaires hyperboliques des tores	33
1.5	Variétés stables et instables	36
1.6	Transitivité et mélange topologique	39
1.7	Les problèmes de moyennes	40
1.8	Ergodicité	41
2	Non linéarité et stabilité structurelle	43
2.1	Le fer à cheval	43
2.2	Difféomorphismes d'Anosov - Ensembles hyperboliques	45
2.3	Dynamique symbolique	46
2.4	Codage et partitions de Markov	47
2.5	Stabilité des automorphismes hyperboliques	48
	Bibliographie	52

Complexité de suites à valeurs dans un ensemble fini : quelques exemples

<i>Pierre Arnoux</i>		53
1	Qu'est-ce que la complexité d'une suite?	53
2	L'exemple le plus simple : les suites sturmiennes	55
3	Suites engendrées par des systèmes dynamiques	59
4	Un exemple : les différences secondes de la suite $[n^2\alpha]$	60
5	Un autre exemple : les suites de billard cubique	62
6	Suites de billard : la conjecture de Tamura	64
7	Quelques autres résultats	65
8	Note de 2008	66
	Bibliographie	67

Propriétés spectrales de systèmes dynamiques discrets

<i>Martine Queffélec</i>		69
1	Systèmes dynamiques discrets : propriétés statistiques	69
1.1	Mesures invariantes	71
1.2	Ergodicité	74
1.3	Isomorphismes de systèmes et codage	77
1.4	Système associé à une suite	81
2	Propriétés spectrales	85
2.1	Généralités sur la théorie spectrale	86
2.2	Classification spectrale de suites	90
	Bibliographie	96

Le doublement de l'angle

<i>Adrien Douady</i>		97
	Introduction (à lire en dernier)	97
1	Types d'orbites fermées	98
1.1	Orbites finies	98

1.2	Interprétation de q comme décalage	99
1.3	Exemples d'orbites non denses	99
1.4	Exemples d'orbite dense	100
1.5	Exemple d'orbite fermée dénombrable	101
1.6	Toute orbite fermée différente de \mathbf{T} est de mesure nulle	101
1.7	Presque tout point a une orbite dense (!)	102
1.8	Orbites uniformément réparties et loi des grands nombres (!!)	102
2	Orbites tournantes	103
2.1	Ordre cyclique	103
2.2	Angle de rotation	104
2.3	L'abaque de l'escalier	105
2.4	Le cas r rationnel	106
2.5	Interprétation pour l'ensemble de Mandelbrot (!!)	106
2.6	Une propriété de transcendance	107
3	Propriétés hyperboliques de q	108
3.1	Ordre orbital	108
3.2	Conjugaison à q	108
3.3	Lemme de poursuite	109

Courbes de Julia sans tangente

<i>Adrien Douady</i>		111
Introduction	111
1	La courbe de Julia	112
1.1	Mise en place	112
1.2	Construction du lacet γ	113
1.3	Injectivité de γ	115
1.4	Points qui ne sont pas sur J	115
2	Points fixes ou périodiques à multiplicateur non réel	116
2.1	Points fixes, points périodiques, multiplicateur	116
2.2	Existence d'un point sans tangente : cas c non réel	117
2.3	Cas c réel	117
2.4	Densité des points sans tangente	120
3	Distorsion bornée	120
3.1	Introduction, fonctions holomorphes	120
3.2	Distorsion	121
3.3	Majoration de la distorsion	121
3.4	Contradiction en supposant l'existence d'une tangente	122

L'ensemble de Julia dépend-il continûment du polynôme ?

<i>Adrien Douady</i>		125
I Propriétés de continuité		126
1	La métrique de Hausdorff	126
2	Applications semi-continues à valeurs dans $\text{Comp}^*(E)$	127

3	Points périodiques	129
3.1	Multiplicateur	129
3.2	Cycles attractifs	130
3.3	Cycles paraboliques	131
3.4	Cycles indifférents irrationnels	132
4	Ensemble de Julia rempli et ensemble de Julia d'un polynôme	132
5	Semi-continuités de $K(f)$ et $J(f)$ en fonction de f	134
6	L'effet des bassins attractifs	137
7	L'effet des disques de Siegel	138
8	Un théorème de Mañé-Sad-Sullivan	139
II	L'implosion parabolique	142
9	Un exemple parabolique typique	142
10	Le batteur à œufs	142
11	Scénarios imaginables	143
12	L'implosion	146
13	La raison des discontinuités	147
14	Coordonnées de Fatou	148
15	Prolongement des coordonnées de Fatou	150
16	Persistence des coordonnées de Fatou	151
17	La phase	153
18	Applications de Lavaurs	155
19	Les ensembles $K(f_0, g_\sigma)$ et $J(f_0, g_\sigma)$	156
20	Le cas où le point critique s'échappe	157
21	Le cas où σ est réel	159
22	Et pour ε non réel ?	160
23	L'éléphant limite	161
24	Autres polynômes ayant un cycle parabolique	163
	Bibliographie	165
Du billard convexe aux géodésiques du tore		
	<i>Patrice Le Calvez</i>	167
1	Le billard convexe	168
2	Applications déviant la verticale	172
a	Un exemple explicite	173
b	Au voisinage d'un point fixe elliptique	173
c	Le pendule entretenu	174
3	Dynamique des homéomorphismes du cercle	175
4	Orbites périodiques des applications déviant la verticale	177
5	Étude des configurations minimales	180
6	Géodésiques minimales du tore de dimension 2	187
7	Ce qui se passe en dimension supérieure	194
	Bibliographie	202

Sur quelques problèmes de la théorie des systèmes dynamiques

<i>Vladimir I. Arnold</i>	205
1 Les faux espaces \mathbf{R}^4 et les systèmes dynamiques	205
2 La topologie pseudo-périodique	205
3 Les nombres des points périodiques et des cycles limites	207
4 Complexité topologique asymptotique des intersections	208
5 Croissance des nombres de Milnor en dynamique holomorphe	210
6 La variante infinitésimale du 16 ^e problème de Hilbert et les intégrales abéliennes	212
7 La matérialisation des résonances en dynamique holomorphe	214
8 Irrésolubilité analytique et irrésolubilité géométrique dans la théorie du chaos	216
Bibliographie	219