

TABLE DES MATIÈRES

Préface	iii
J.-B. BOST — <i>Le théorème des nombres premiers et la transformation de Fourier</i>	1
1. Introduction.....	1
2. L'expression de ζ comme produit eulérien et ses conséquences.....	9
3. La fonction $(t \mapsto \zeta_{\mathbb{P}}(1 + 2\pi it))$ comme transformée de Fourier de la mesure $\sum_{p \in \mathbb{P}} \frac{1}{p} \delta_{\log p}$	17
4. Régularité de $\zeta_{\mathbb{P}}$ sur $1 + i\mathbb{R}$ et fonctions de type positif.....	23
5. Fin de la démonstration.....	26
Références.....	30
Appendice : La non-annulation de ζ sur la droite $\text{Re } s = 1$, d'après Hadamard.....	32
P. COLMEZ — <i>Arithmétique de la fonction zêta</i>	37
Introduction.....	37
Chapitre I. la fonction zêta de Riemann.....	40
I.1. Prolongement analytique et valeurs aux entiers négatifs.....	40
I.2. Valeurs aux entiers positifs pairs.....	42
I.3. Polylogarithmes et valeurs aux entiers positifs de la fonction zêta..	43
I.4. Équation fonctionnelle de la fonction zêta.....	51
I.5. Fonctions L de Dirichlet.....	53
I.6. La fonction zêta de Dedekind d'un corps de nombres.....	55
Chapitre II. Propriétés diophantiennes des valeurs de la fonction zêta aux entiers positifs.....	59
II.1. Le théorème de Rivoal.....	59
II.2. Nombres Polyzêtas.....	71

Chapitre III. Formes modulaires.....	76
III.1. $\mathbf{SL}_2(\mathbf{R})$ et le demi-plan de Poincaré.....	76
III.2. Formes automorphes et formes modulaires.....	79
III.3. $\mathbf{SL}_2(\mathbf{Z})$	82
III.4. Prolongement analytique de séries d'Eisenstein.....	87
III.5. Opérateurs de Hecke.....	94
III.6. Fonctions L des formes modulaires.....	101
III.7. Formes de niveau supérieur.....	108
III.8. Fonctions zêta de Hasse-Weil.....	110
Chapitre IV. Les nombres p -adiques.....	115
IV.1. Généralités sur les corps normés.....	115
IV.2. Construction du corps \mathbf{C}_p	119
Chapitre V. Fonctions d'une variable p -adique.....	128
V.1. Espaces de Banach p -adiques.....	128
V.2. Mesures sur \mathbf{Z}_p	130
V.3. Distributions sur \mathbf{Z}_p	137
Chapitre VI. La fonction zêta p -adique.....	150
VI.1. Les congruences de Kummer.....	150
VI.2. Interpolation p -adique.....	151
VI.3. Construction de la fonction zêta de Kubota-Leopoldt.....	155
VI.4. Les zéros de la fonction zêta p -adique.....	158
VI.5. Fonctions L p -adiques attachées aux caractères de Dirichlet.....	159
PH. BIANE — <i>La fonction zêta de Riemann et les probabilités</i>	165
1. Introduction.....	165
2. Corrélations entre zéros de la fonction zêta de Riemann et matrices aléatoires.....	167
3. La fonction zêta de Riemann et le mouvement brownien.....	176
Références.....	192