

---

# Table des matières

<b>Présentation</b> .....	vii
<b>1. Extensions de corps</b> .....	1
Constructions à la règle et au compas, 1 ; Corps, 3 ; Extensions de corps, 9 ;	
Quelques impossibilités classiques, 14 ; Fonctions symétriques des racines, 18 ;	
Appendice : transcendance de $e$ et $\pi$ , 21 ; Exercices, 25.	
<b>2. « Mais où sont mes racines ? »</b> .....	31
Anneau des restes, 31 ; Extensions de décomposition, 34 ;	
Corps algébriquement clos ; clôture algébrique, 35 ; Appendice : structure des	
anneaux de polynômes, 39 ; Appendice : anneaux quotients, 42 ;	
Appendice : théorème de Puiseux, 45 ; Exercices, 49.	
<b>3. Théorie de Galois</b> .....	53
Homomorphismes d'une extension dans une clôture algébrique, 53 ;	
Groupe d'automorphismes d'une extension, 56 ; Le groupe de Galois comme	
groupe de permutations des racines, 62 ; Discriminant, résolvantes, 65 ;	
Corps finis, 70 ; Exercices, 72.	
<b>4. Un peu de théorie des groupes</b> .....	79
Groupes (rappels de définitions), 79 ; Sous-groupes, 80 ; Opération d'un groupe	
sur un ensemble, 82 ; Sous-groupes distingués, groupes quotients, 83 ;	
Groupes résolubles, nilpotents, 86 ; Groupe symétrique, alterné, 88 ;	
Groupes de matrices, 92 ; Exercices, 96.	
<b>5. Applications</b> .....	101
Constructibilité à la règle et au compas, 101 ; Cyclotomie, 103 ;	
Extensions composées, 107 ; Extensions cycliques, 110 ; Les équations de degrés	
inférieur à 4, 112 ; Résolubilité par radicaux, 118 ; Comment (ne pas) calculer	
des groupes de Galois, 121 ; Spécialisation des groupes de Galois, 124 ;	

L'équation générique et le théorème d'irréductibilité de Hilbert, 131 ; Exercices, 137.	
<b>6. Équations différentielles</b> .....	143
Corps différentiels, 143 ; Extensions différentielles. Construction de dérivations, 146 ; Équations différentielles, 149 ; Extensions de Picard- Vessiot, 152 ; Le groupe de Galois différentiel. Exemples, 155 ; La correspondance de Galois différentielle, 160 ; Extensions élémentaires, 161 ; Appendice : théorème des zéros de Hilbert, 167 ; Exercices, 169.	
<b>Problèmes d'examen</b> .....	171
<b>Bibliographie</b> .....	181
<b>Index</b> .....	183